Applications sur les vecteurs

Prérequis

Ce cours nécessite la maîtrise des notions de base sur les vecteurs : définition, représentation graphique, égalité de deux vecteurs, opérations sur les vecteurs (somme, différence, multiplication par un scalaire). Il s'inscrit dans la continuité du chapitre sur l'introduction aux vecteurs et précède les applications géométriques plus avancées. Il est conseillé d'avoir une bonne compréhension des coordonnées cartésiennes dans le plan. Ce chapitre se place typiquement en début d'année de seconde.

Chapitre 2 : Applications aux problèmes géométriques

2.1 Vecteurs colinéaires

Deux vecteurs $\vec{u}\left(x_u;y_u\right)$ et $\vec{v}\left(x_v;y_v\right)$ sont **colinéaires** si et seulement si il existe un scalaire k tel que $\vec{u}=kvec v$, ce qui est équivalent à $x_u y_v - x_v y_u = 0$. Si les deux vecteurs ne sont pas nuls, cela signifie que leurs coordonnées sont proportionnelles.

- ***Exemple :*** $\vec{u}(2;4)$ et $\vec{v}(1;2)$ sont colinéaires car $\vec{u}=2\vec{v}$. Aussi $2\times2-4\times1=0$.

2.2 Milieu d'un segment

Soient A et B deux points de coordonnées respectives ($x_A;y_A$) et ($x_B;y_B$). Les coordonnées du **milieu I** du segment [AB] sont données par:

```
<m>I((x_A+x_B) / (2); (y_A+y_B) / (2))</m>
```

- ***Exemple :*** A(1;3) et B(5;1). I$\left(\frac{(1+5)}{(2)};\frac{(3+1)}{(2)}\right)=(3;2)$.

2.3 Coordonnées du vecteur <m>vec{AB}</m>

Soient A et B deux points de coordonnées respectives ($x_A;y_A$) et ($x_B;y_B$). Les coordonnées du vecteur $\vec{AB}$ sont:

```
<m>vec{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A)</m>
```

- ***Exemple :*** A(1;2) et B(4;6). $\vec{AB}(4-1;6-2)=(3;4)$.

Chapitre 3 : Exercices corrigés

Exercice 1:

```
Soient les points A(2;1), B(5;3) et C(1;4).
```

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont-ils colinéaires ?

Corrigé:

1. $\overrightarrow{AB}(5-2;3-1)=(3;2)$; $\overrightarrow{AC}(1-2;4-1)=(-1;3)$
2. $x_{AB}\times y_{AC}-x_{AC}\times y_{AB}=3\times 3-(-1)\times 2=11\neq 0$. Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.

Exercice 2:

```
Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
```

Corrigé:

```
Dans un parallélogramme, <m>vec{AB} = vec{DC}</m>.
<m>vec{AB}(3;2)</m>. Donc <m>vec{DC}(3;2)</m>.
On a C(1;4), donc D(1-3; 4-2) = D(-2;2).
```

Résumé

- **Vecteur:** Segment orienté caractérisé par une direction, un sens et une norme.
- **Coordonnées d'un vecteur:** Si $\vec{u}=xvec\,i+yvec\,j$, alors les coordonnées de $\vec{u}$ sont $(x;y)$.
- **Somme de deux vecteurs:** $\vec{u}\left(x_u;y_u\right)+\vec{v}\left(x_v;y_v\right)=\vec{w}\left(x_u+x_v;y_u+y_v\right)$.
- **Multiplication par un scalaire:** $kvec\,u(x;y)=(kx;ky)$.
- **Vecteurs colinéaires:** Deux vecteurs sont colinéaires s'il existe un scalaire k tel que $\vec{u}=kvec\,v$. Leurs coordonnées sont proportionnelles.
- **Coordonnées du milieu d'un segment [AB]:** $I\left(\frac{\left(x_A+x_B\right)}{(2)};\frac{\left(y_A+y_B\right)}{(2)}\right)$
- **Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$:** $\overrightarrow{AB}\left(x_B-x_A;y_B-y_A\right)$
- Chapitre 1: Introduction aux coordonnées des vecteurs et opérations de base.
- Chapitre 2: Application des propriétés des vecteurs à la géométrie plane (colinéarité, milieu, parallélogramme).
- Chapitre 3: Résolution d'exercices d'application.