

Applications du Logarithme Népérien

Applications de la fonction logarithme népérien

Exercice : Modélisation de la Décroissance Radioactive Un laboratoire étudie la décroissance d'une substance radioactive. Au temps $t=0$, la quantité initiale de la substance est de 100 grammes. On sait que la constante de désintégration de cette substance est de $\lambda = 0.02$ par an.

Questions

1. Quelle est la formule permettant de calculer la quantité $N(t)$ de la substance radioactive restante après un temps t (en années) ?
2. Quelle est la quantité de substance radioactive restante après 10 ans ? Donnez la réponse arrondie à deux décimales.
3. Calculer le temps de demi-vie de cette substance radioactive. Donner la réponse arrondie à deux décimales.
4. À partir de quel temps la quantité de substance radioactive restante est-elle inférieure à 20 grammes ? Donnez la réponse arrondie à deux décimales.
5. Déterminer le taux de décroissance annuel en pourcentage.

Corrigé

Question 1

La formule de la décroissance radioactive est donnée par : $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, où N_0 est la quantité initiale et λ est la constante de désintégration. Dans ce cas, $N_0 = 100$ grammes et $\lambda = 0.02$ par an. Donc, $N(t) = 100e^{-0.02t}$.

Question 2

Pour calculer la quantité restante après 10 ans, on substitue $t=10$ dans la formule : $N(10) = 100e^{-0.02 \cdot 10} = 100e^{-0.2} \approx 100 \cdot 0.8187 \approx 81.87g$.

Question 3

Le temps de demi-vie $\frac{t_1}{2}$ est donné par la formule : $\frac{t_1}{2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$. Dans ce cas, $\frac{t_1}{2} = \frac{\ln(2)}{0.02} \approx \frac{0.6931}{0.02} \approx 34.66$ ans.

Question 4

On cherche le temps t tel que $N(t) < 20$. Donc, $100e^{-0.02t} < 20$. On divise par 100 : $e^{-0.02t} < 0.2$. On prend le logarithme népérien des deux côtés : $-0.02t < \ln(0.2)$. On divise par -0.02 (et on inverse le sens de l'inégalité) : $t > \frac{\ln(0.2)}{-0.02} \approx \frac{-1.6094}{-0.02} \approx 80.47$ ans.

Question 5

Le taux de décroissance annuel en pourcentage est donné par $\lambda \cdot 100\%$. Dans ce cas, $0.02 \cdot 100\% = 2\%$.

From:
<https://wikiprof.fr/> - wikiprof.fr

Permanent link:
https://wikiprof.fr/doku.php?id=exercices:lycee:general:terminale_generale:mathematiques:applications_du_logarithme_neperien

Last update: 2025/07/10 20:19

