

## Exercice : Modélisation de la Décroissance Radioactive

Un échantillon initial de 100g de carbone-14, un isotope radioactif utilisé pour la datation au carbone, est étudié. Le carbone-14 se désintègre selon la loi de décroissance radioactive :  $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ , où  $N(t)$  est la quantité de carbone-14 restante après un temps  $t$ ,  $N_0$  est la quantité initiale, et  $\lambda$  est la constante de désintégration. On sait que la demi-vie du carbone-14 est de 5730 ans.

### Questions

- Déterminez la valeur de la constante de désintégration  $\lambda$  en années<sup>-1</sup>.
- Quelle quantité de carbone-14 restera après 1000 ans ?
- Après combien de temps la quantité de carbone-14 sera-t-elle réduite à 25% de sa quantité initiale ?
- Exprimez le temps en fonction de la quantité restante  $N(t)$  et de la constante de désintégration  $\lambda$ .
- Si un artefact contient 10g de carbone-14, quel est son âge approximatif, en supposant qu'il n'y a pas eu d'apport supplémentaire de carbone-14 depuis sa formation ?

### Corrigé

#### Question 1

La demi-vie  $\frac{t_1}{2}$  est le temps nécessaire pour que la quantité de substance soit réduite de moitié. Donc,

$$N\left(\frac{t_1}{2}\right) = \frac{1}{2}N_0 \quad \text{On a : } \frac{1}{2}N_0 = N_0 e^{-\lambda \frac{t_1}{2}} \quad \frac{1}{2} = e^{-\lambda \frac{t_1}{2}} \quad \text{En prenant le logarithme népérien des deux côtés :}$$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda \frac{t_1}{2} \quad \lambda = -\ln\left(\frac{1}{2}\right) \frac{2}{t_1} = \frac{\ln(2)}{\frac{t_1}{2}} \quad \text{Avec } \frac{t_1}{2} = 5730 \text{ ans : } \lambda = \frac{\ln(2)}{5730} \approx 1.2097 \cdot 10^{-4} \text{ années}^{-1}$$

#### Question 2

On utilise la formule de décroissance radioactive :  $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$  Avec  $N_0 = 100$  g,  $t = 1000$  ans, et  $\lambda \approx 1.2097 \cdot 10^{-4}$  années<sup>-1</sup> :  $N(1000) = 100 e^{-1.2097 \cdot 10^{-4} \cdot 1000} \approx 100 e^{-0.12097} \approx 100 \cdot 0.8869 \approx 88.69$  g

#### Question 3

On veut trouver  $t$  tel que  $N(t) = 0.25 N_0 = \frac{1}{4} N_0$ ,  $\frac{1}{4} N_0 = N_0 e^{-\lambda t}$   $\frac{1}{4} = e^{-\lambda t}$  En prenant le logarithme népérien des deux côtés :  $\ln\left(\frac{1}{4}\right) = -\lambda t$   $t = -\ln\left(\frac{1}{4}\right) \frac{1}{\lambda} = \frac{\ln(4)}{\lambda} = \frac{2\ln(2)}{\lambda}$  Avec  $\lambda \approx 1.2097 \cdot 10^{-4}$

années<sup>^^1^^</sup> :  $t \approx \frac{2 \ln(2)}{1.2097 \cdot 10^{-4}} \approx \frac{1.3863}{1.2097 \cdot 10^{-4}} \approx 11460 \text{ ans}$  Note :  $\frac{2 \cdot t_1}{2} = 2.5730 = 11460$  ans, ce qui est logique.

#### Question 4

On part de  $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ . On prend le logarithme népérien des deux côtés :

$$\ln(N(t)) = \ln(N_0 e^{-\lambda t}) = \ln(N_0) + \ln(e^{-\lambda t}) = \ln(N_0) - \lambda t \quad \lambda t = \ln(N_0) - \ln(N(t)) = \ln\left(\frac{N_0}{N(t)}\right) \rightarrow$$

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{N_0}{N(t)}\right)$$

#### Question 5

On a  $N(t) = 10 \text{ g}$  et  $N_0 = 100 \text{ g}$ . On veut trouver  $t$ .  $t = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{N_0}{N(t)}\right) = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{100}{10}\right) = \frac{1}{\lambda} \ln(10)$  Avec

$\lambda \approx 1.2097 \cdot 10^{-4}$  années<sup>^^1^^</sup> :  $t \approx \frac{\ln(10)}{1.2097 \cdot 10^{-4}} \approx \frac{2.3026}{1.2097 \cdot 10^{-4}} \approx 19035 \text{ ans}$  L'âge approximatif de l'artefact est de 19035 ans.

From: <https://wikiprof.fr/> - wikiprof.fr

Permanent link: [https://wikiprof.fr/doku.php?id=exercices:lycee:general:terminale\\_generale:mathematiques:applications\\_du\\_logarithme\\_neperien&rev=1752170894](https://wikiprof.fr/doku.php?id=exercices:lycee:general:terminale_generale:mathematiques:applications_du_logarithme_neperien&rev=1752170894)

Last update: 2025/07/10 20:08

